

*l'intégrale*

Jean-Marie Monier

# GÉOMÉTRIE MPSI

**NOUVELLE  
ÉDITION**

- ▶ Un cours conforme au programme
- ▶ Des exercices-types résolus
- ▶ Les méthodes à retenir
- ▶ De nombreux exercices et problèmes corrigés



4<sup>e</sup> édition

DUNOD

# Table des matières

## Cours

<b>CHAPITRE 0</b>	<b>Programme de début d'année, géométrie</b>	<b>3</b>
<b>0.1</b>	<b>Géométrie élémentaire du plan</b>	<b>3</b>
0.1.1	Modes de repérage dans le plan	3
0.1.2	Produit scalaire	5
0.1.3	Déterminant	6
0.1.4	Droites du plan	6
0.1.5	Cercles du plan	11
<b>0.2</b>	<b>Géométrie élémentaire de l'espace</b>	<b>14</b>
0.2.1	Modes de repérage dans l'espace	14
0.2.2	Produit scalaire	15
0.2.3	Produit vectoriel	15
0.2.4	Déterminant, produit mixte	16
0.2.5	Droites et plans de l'espace	17
0.2.6	Sphères	20
<b>0.3</b>	<b>Courbes paramétrées</b>	<b>22</b>
0.3.1	Dérivation de fonctions à valeurs vectorielles	22
0.3.2	Notion de courbe paramétrée	23
0.3.3	Points réguliers d'une courbe paramétrée	24
0.3.4	Branches infinies d'une courbe paramétrée	24
0.3.5	Interprétation cinématique	27
0.3.6	Courbes définies par une représentation polaire	27
0.3.7	Courbes en polaires	28
<b>0.4</b>	<b>Coniques</b>	<b>29</b>
0.4.1	Définition monofocale des coniques	29
0.4.2	Définition bifocale des coniques	29
0.4.3	Représentation paramétrique usuelle des coniques	30
0.4.4	Tangentes à une conique	31
0.4.5	Équation polaire d'une conique de foyer $O$	32
0.4.6	Réduction des coniques	35
<b>CHAPITRE 1</b>	<b>Géométrie affine dans le plan et dans l'espace de dimension 3</b>	<b>43</b>
<b>1.1</b>	<b>Les espaces affines <math>\mathbb{R}^2</math> et <math>\mathbb{R}^3</math></b>	<b>44</b>
1.1.1	Rappels sur les $\mathbb{R}$ -ev $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$	44
1.1.2	Les espaces affines $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$	44

<b>1.2</b>	<b>Droites et plans affines</b>	46
1.2.1	Droites affines dans $\mathcal{A}_2$	46
1.2.2	Plans affines dans $\mathcal{A}_3$	53
1.2.3	Droites affines dans $\mathcal{A}_3$	57
<b>1.3</b>	<b>Repères cartésiens</b>	67
<b>1.4</b>	<b>Applications affines</b>	71
1.4.1	Généralités	71
1.4.2	Exemples usuels d'applications affines	73
<b>1.5</b>	<b>Barycentres, convexité</b>	81
1.5.1	Barycentres	81
1.5.2	Convexité	84
<b>CHAPITRE 2</b>	<b>Géométrie affine euclidienne dans le plan et dans l'espace de dimension 3</b>	89
<b>2.1</b>	<b>Rappels de géométrie vectorielle euclidienne dans <math>\mathbb{R}^2</math> et <math>\mathbb{R}^3</math></b>	90
2.1.1	Produit scalaire canonique	90
2.1.2	Orthogonalité	91
2.1.3	Produit mixte et produit vectoriel dans $\mathbb{R}^3$	91
2.1.4	Endomorphismes orthogonaux de $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$	93
<b>2.2</b>	<b>Géométrie affine euclidienne plane</b>	99
2.2.1	Distances, angles	99
2.2.2	Isométries affines du plan	104
2.2.3	Similitudes directes du plan	107
2.2.4	Le cercle dans le plan	110
2.2.5	Coniques dans le plan affine euclidien	117
2.2.6	Utilisation des nombres complexes en géométrie euclidienne plane	125
<b>2.3</b>	<b>Géométrie affine euclidienne en dimension 3</b>	137
2.3.1	Distances, angles	137
2.3.2	Isométries affines de $\mathcal{E}_3$	146
2.3.3	La sphère et le cercle dans l'espace	150
<b>CHAPITRE 3</b>	<b>Géométrie affine réelle</b>	163
<b>3.1</b>	<b>Structure affine canonique d'un espace vectoriel</b>	163
3.1.1	Points	164
3.1.2	Translations	165
<b>3.2</b>	<b>Sous-espaces affines d'un espace vectoriel</b>	165
3.2.1	Généralités	165
3.2.2	Parallélisme	167

<b>3.3</b>	<b>Applications affines</b>	169
3.3.1	Généralités	169
3.3.2	Exemples usuels d'applications affines	172
<b>3.4</b>	<b>Repères cartésiens</b>	176
3.4.1	Généralités	176
3.4.2	Repères cartésiens et sous-espaces affines	176
3.4.3	Repères cartésiens et applications affines	178
<b>3.5</b>	<b>Barycentres, convexité</b>	178
3.5.1	Barycentres	178
3.5.2	Convexité	181
<b>CHAPITRE 4</b>	<b>Courbes du plan</b>	183
<b>4.1</b>	<b>Arcs paramétrés</b>	184
4.1.1	Généralités	184
4.1.2	Étude locale en un point d'un arc paramétré	186
4.1.3	Branches infinies	193
4.1.4	Symétries	196
4.1.5	Points multiples	197
4.1.6	Plan d'étude d'un arc paramétré	198
4.1.7	Exemples de tracé d'arcs paramétrés	199
4.1.8	Calculs d'aires planes	205
<b>4.2</b>	<b>Courbes en coordonnées polaires</b>	211
4.2.1	Coordonnées polaires	211
4.2.2	Représentation d'une courbe en coordonnées polaires	212
4.2.3	La droite en coordonnées polaires	212
4.2.4	Le cercle en coordonnées polaires	213
4.2.5	Coniques ayant un foyer à l'origine	213
4.2.6	Étude locale en un point d'une courbe définie par une équation polaire	214
4.2.7	Branches infinies	215
4.2.8	Symétries	216
4.2.9	Concavité par rapport à l'origine, inflexions	217
4.2.10	Points multiples	219
4.2.11	Plan d'étude d'une courbe donnée par une équation polaire	220
4.2.12	Exemples de tracé de courbes en coordonnées polaires	220
4.2.13	Calculs d'aires planes en coordonnées polaires	223
<b>CHAPITRE 5</b>	<b>Propriétés métriques des courbes du plan</b>	227
<b>5.1</b>	<b>Propriétés du premier ordre</b>	228
5.1.1	Abscisse curviligne	228
5.1.2	Représentation paramétrique en fonction de l'abscisse curviligne	232
<b>5.2</b>	<b>Propriétés du deuxième ordre</b>	234

**Solutions des exercices**

<b>Chapitre 0</b>	242
<b>Chapitre 1</b>	249
<b>Chapitre 2</b>	260
<b>Chapitre 3</b>	296
<b>Chapitre 4</b>	301
<b>Chapitre 5</b>	328
<b>Index des notations</b>	333
<b>Index alphabétique</b>	335