



*l'intégrale*

Jean-Marie Monier

# Géométrie

## PCSI-PTSI, PC-PSI-PT

**Cours  
et 400 exercices  
corrigés**

**NOUVEAU  
PROGRAMME**

3<sup>e</sup> édition

**DUNOD**

# Table des matières

## Première partie – Cours

### Chapitre 0

#### Programme de début d'année, géométrie 3

<b>0.1</b>	Géométrie élémentaire du plan	3
0.1.1	Modes de repérage dans le plan	3
0.1.2	Produit scalaire	5
0.1.3	Déterminant	6
0.1.4	Droites du plan	7
0.1.5	Cercles du plan	11
<b>0.2</b>	Géométrie élémentaire de l'espace	13
0.2.1	Modes de repérage dans l'espace	13
0.2.2	Produit scalaire	14
0.2.3	Produit vectoriel	14
0.2.4	Déterminant, produit mixte	15
0.2.5	Droites et plans de l'espace	16
0.2.6	Sphères	19
<b>0.3</b>	Courbes paramétrées	20
0.3.1	Dérivation de fonctions à valeurs vectorielles	21
0.3.2	Notion de courbe paramétrée	21
0.3.3	Points réguliers d'une courbe paramétrée	22
0.3.4	Branches infinies d'une courbe paramétrée	22
0.3.5	Interprétation cinématique	25
0.3.6	Courbes définies par une représentation polaire	26
0.3.7	Courbes en polaires	26
<b>0.4</b>	Coniques	27
0.4.1	Définition monofocale des coniques	27
0.4.2	Définition bifocale des coniques	28
0.4.3	Représentation paramétrique usuelle des coniques	29
0.4.4	Tangentes à une conique	30
0.4.5	Équation polaire d'une conique de foyer $O$	31
0.4.6	Réduction des coniques	34

### Chapitre 1

#### Géométrie affine dans le plan et dans l'espace de dimension 3 41

<b>1.1</b>	Les espaces affines $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$	42
1.1.1	Rappels sur les $\mathbb{R}$ -ev $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$	42
1.1.2	Les espaces affines $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$	42

<b>1.2</b>	<b>Droites et plans affines</b>	44
1.2.1	Droites affines dans $\mathcal{A}_2$	44
1.2.2	Plans affines dans $\mathcal{A}_3$	52
1.2.3	Droites affines dans $\mathcal{A}_3$	57
<b>1.3</b>	<b>Repères cartésiens</b>	67
<b>1.4</b>	<b>Applications affines</b>	71
1.4.1	Généralités	71
1.4.2	Exemples usuels d'applications affines	73
<b>1.5</b>	<b>Barycentres, convexité</b>	82
1.5.1	Barycentres	82
1.5.2	Convexité	85

## Chapitre 2

### **Géométrie affine euclidienne dans le plan et dans l'espace de dimension 3** **89**

<b>2.1</b>	<b>Rappels de géométrie vectorielle euclidienne dans <math>\mathbb{R}^2</math> et <math>\mathbb{R}^3</math></b>	90
2.1.1	Produit scalaire canonique	90
2.1.2	Orthogonalité	91
2.1.3	Produit mixte et produit vectoriel dans $\mathbb{R}^3$	92
2.1.4	Endomorphismes orthogonaux de $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$	94
<b>2.2</b>	<b>Géométrie affine euclidienne plane</b>	100
2.2.1	Distances, angles	100
2.2.2	Isométries affines du plan	105
2.2.3	Similitudes directes du plan	108
2.2.4	Le cercle dans le plan	112
2.2.5	Coniques dans le plan affine euclidien	119
2.2.6	Utilisation des nombres complexes en géométrie euclidienne plane	126
<b>2.3</b>	<b>Géométrie affine euclidienne en dimension 3</b>	139
2.3.1	Distances, angles	139
2.3.2	Isométries affines de $\mathcal{E}_3$	146
2.3.3	La sphère et le cercle dans l'espace	150
	Compléments aux exercices	158

## Chapitre 3

### **Courbes du plan** **171**

<b>3.1</b>	<b>Arcs paramétrés</b>	172
3.1.1	Généralités	172
3.1.2	Etude locale en un point d'un arc paramétré	175
3.1.3	Branches infinies	183
3.1.4	Symétries	186
3.1.5	Points multiples	187
3.1.6	Plan d'étude d'un arc paramétré	189
3.1.7	Exemples de tracé d'arcs paramétrés	190
3.1.8	Calculs d'aires planes	197

<b>3.2</b>	<b>Courbes en coordonnées polaires</b>	<b>202</b>
3.2.1	Coordonnées polaires	202
3.2.2	Représentation d'une courbe en coordonnées polaires	203
3.2.3	La droite en coordonnées polaires	203
3.2.4	Le cercle en coordonnées polaires	204
3.2.5	Coniques ayant un foyer à l'origine	205
3.2.6	Etude locale en un point d'une courbe définie par une équation polaire	205
3.2.7	Branches infinies	206
3.2.8	Symétries	208
3.2.9	Concavité par rapport à l'origine, inflexions	209
3.2.10	Points multiples	211
3.2.11	Plan d'étude d'une courbe donnée par une équation polaire	212
3.2.12	Exemples de tracé de courbes en coordonnées polaires	213
3.2.13	Calculs d'aires planes en coordonnées polaires	216
<b>3.3</b>	<b>Courbes définies par une équation cartésienne</b>	<b>218</b>
3.3.1	Généralités	218
3.3.2	Exemples	220
<b>3.4</b>	<b>Enveloppe d'une famille de droites du plan</b>	<b>224</b>
3.4.1	Théorie	224
3.4.2	Exemples	226

## Chapitre 4

## Propriétés métriques des courbes du plan 231

<b>4.1</b>	<b>Propriétés du premier ordre</b>	<b>232</b>
4.1.1	Abscisse curviligne	232
4.1.2	Représentation paramétrique en fonction de l'abscisse curviligne	237
<b>4.2</b>	<b>Propriétés du deuxième ordre</b>	<b>240</b>
4.2.1	Rayon de courbure	240
4.2.2	Centre de courbure	247
4.2.3	Développée d'une courbe du plan	251
4.2.4	Développantes d'une courbe du plan	255

## Chapitre 5

## Courbes de l'espace et surfaces 259

<b>5.1</b>	<b>Courbes de l'espace</b>	<b>260</b>
5.1.1	Généralités	260
5.1.2	Tangente en un point	263
5.1.3	Abscisse curviligne	265
5.1.4	Etude métrique	267
<b>5.2</b>	<b>Surfaces</b>	<b>275</b>
5.2.1	Généralités	275
5.2.2	Plan tangent	276
5.2.3	Surfaces usuelles	282
5.2.4	Quadriques	288
5.2.5	Surfaces réglées, surfaces développables	296
5.2.6	Exemples de recherche de courbes tracées sur une surface et satisfaisant une condition différentielle	301

## Deuxième partie

### Indications et réponses des exercices

Chap. 0	315
Chap. 1	323
Chap. 2	337
Chap. 3	385
Chap. 4	425
Chap. 5	437
Index des notations	461
Index alphabétique	463

Jean-Marie Monier

3<sup>e</sup> édition

# GÉOMÉTRIE PCSI-PTSI, PC-PSI-PT

## Cours et 400 exercices corrigés

Cette 3<sup>e</sup> édition du *cours de géométrie* de Jean-Marie Monier est entièrement conforme aux nouveaux programmes 2003 des filières PCSI-PTSI et PC-PSI-PT. Elle propose un cours complet, convivial et rigoureux, et de très nombreux exercices tous corrigés.

Chaque chapitre s'ouvre par une introduction signalant les **prérequis** et dégageant les **objectifs à atteindre**. Une nouvelle rubrique, intitulée « **Du cours aux exercices** », regroupe des conseils de méthodologie pour aider l'étudiant dans la résolution des exercices qui suivent. Des questions situées à la limite du programme sont traitées, en fin de chapitre, sous forme de compléments avec solutions détaillées. Enfin des notes en marge donnent des informations complémentaires au cours (rappels, schémas, conseils...), et des encadrés mettent en valeur les points les plus importants (théorèmes, définitions et propositions à retenir).

L'objectif de ce cours de mathématiques est de devenir l'outil de travail familier, efficace et adapté des élèves des classes préparatoires, des étudiants du 1<sup>er</sup> cycle universitaire scientifique et des candidats aux concours externes et internes de recrutement de professeurs.

JEAN-MARIE MONIER  
est professeur en classe  
de Spéciales au lycée  
La Martinière-Monplaisir  
à Lyon.

COURS		EXERCICES		
1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année	
Analyse MPSI	Analyse MP	Analyse MPSI	Analyse MP	MPSI MP
Algèbre MPSI	Algèbre MP	Algèbre et géométrie MPSI	Algèbre et géométrie MP	
Géométrie MPSI, MP				
Analyse PCSI-PTSI	Analyse PC-PSI-PT	Analyse PCSI-PTSI	Analyse PC-PSI-PT	PCSI-PTSI PC-PSI-PT
Algèbre PCSI-PTSI	Algèbre PC-PSI-PT	Algèbre et géométrie PCSI-PTSI	Algèbre et géométrie PC-PSI-PT	
Géométrie PCSI-PTSI, PC-PSI-PT				
L'ORAL				
Niveau X, Centrale, Mines		Niveau CCP, e3a, e4a, ESIM		
337 exercices corrigés		409 exercices corrigés		MP-MP*
264 exercices corrigés		324 exercices corrigés		PC-PC*-PSI-PSI*-PT-PT*

6-4 9298 7  
EAN 9782100512300



9 782100 512300

<http://www.dunod.com>

