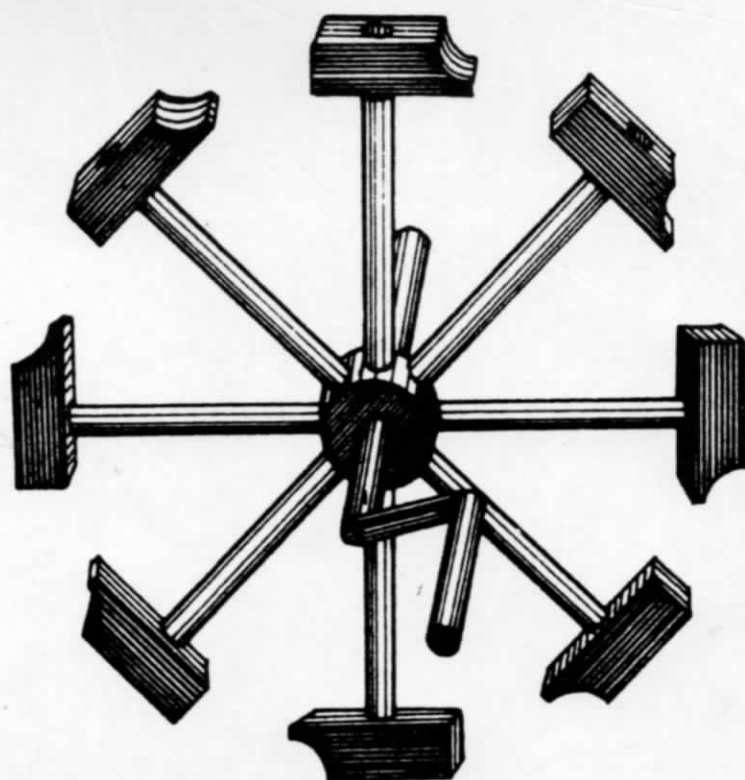


399 exercices corrigés  
@ conseils & précis de cours

# Algèbre

Prépa MPSI

Dominique Clénet, François Dehame,  
Xavier Giraud & Benoît Richard



**Polymarteau.** La rotation rapide de ce marteau à huit têtes fait gagner un temps considérable aux professionnels et aux bricoleurs.

vuibert supérieur

Série dirigée par Jacques Chevallet

N° 1 : 24

# Table des matières

<b>Chapitre 1</b>	<b>Ensembles - Applications - Relations</b>	<b>1</b>
I.	Notations . . . . .	1
II.	Parties d'un ensemble - Opérations . . . . .	1
III.	Applications . . . . .	2
IV.	Injections - Surjections - Bijections . . . . .	3
V.	Relation d'équivalence - Relation d'ordre . . . . .	4
VI.	Sommes et produits . . . . .	5
<b>Chapitre 2</b>	<b>Principes de raisonnement</b>	<b>6</b>
I.	Implication. Équivalence . . . . .	6
	Exercices progressifs corrigés . . . . .	7
II.	Négation. Raisonnement par l'absurde. Contraposition . . . . .	9
	Exercices progressifs corrigés . . . . .	10
III.	Quantificateurs . . . . .	11
	Exercices progressifs corrigés . . . . .	12
IV.	Vrai-Faux . . . . .	16
<b>Chapitre 3</b>	<b>Calculs sur les entiers</b>	<b>18</b>
I.	Ensembles finis . . . . .	18
	Exercices progressifs corrigés . . . . .	19
II.	Principe de récurrence . . . . .	20
	Exercices progressifs corrigés . . . . .	21
	Exercices proposés . . . . .	23
III.	Dénombrement . . . . .	23
	Exercices progressifs corrigés . . . . .	24
	Exercices proposés . . . . .	27
IV.	Indications pour les exercices proposés . . . . .	28
<b>Chapitre 4</b>	<b>Arithmétique</b>	<b>29</b>
I.	Divisibilité . . . . .	29
	Exercices progressifs corrigés . . . . .	30
	Exercices proposés . . . . .	31
II.	PGCD - PPCM . . . . .	31
	Exercices progressifs corrigés . . . . .	34
	Exercices proposés . . . . .	36

III. Nombres premiers	37
Exercices progressifs corrigés	38
Exercices proposés	42
IV. Numération	43
Exercices progressifs corrigés	43
Exercices proposés	45
V. Vrai - Faux	45
VI. Indications pour les exercices proposés	46

## Chapitre 5 Nombres complexes 48

I. Calculs algébriques dans $\mathbb{C}$	48
Exercices progressifs corrigés	50
Exercices proposés	53
II. Arguments d'un nombre complexe	53
Exercices progressifs corrigés	55
Exercices proposés	60
III. Applications à la géométrie	60
Exercices progressifs corrigés	62
Exercices proposés	69
IV. Vrai - Faux	69
V. Indications pour les exercices proposés	72

## Chapitre 6 Structures algébriques 74

I. Groupes	74
Exercices progressifs corrigés	77
Exercices proposés	79
II. Anneaux, corps	80
Exercices progressifs corrigés	82
Exercices proposés	84
III. Groupe symétrique	84
Exercices progressifs corrigés	85
Exercices proposés	88
IV. Indications pour les exercices proposés	88

## Chapitre 7 Polynômes 90

I. Calculs dans $K[X]$	90
Exercices progressifs corrigés	92
Exercices proposés	95
II. Divisibilité dans $K[X]$	95
Exercices progressifs corrigés	96
Exercices proposés	99
III. Formule de Taylor. Ordre d'une racine	99
Exercices progressifs corrigés	102
Exercices proposés	108

IV. Relations entre coefficients et racines . . . . .	108
Exercices progressifs corrigés . . . . .	109
Exercices proposés . . . . .	116
V. Arithmétique dans $K[X]$ . . . . .	117
Exercices progressifs corrigés . . . . .	119
Exercices proposés . . . . .	124
VI. Vrai - Faux . . . . .	125
VII. Indications pour les exercices proposés . . . . .	126

**Chapitre 8 Fractions rationnelles 129**

I. Le corps $K(X)$ des fractions rationnelles . . . . .	129
Exercices progressifs corrigés . . . . .	130
II. Étude locale d'une fraction rationnelle . . . . .	132
Exercices progressifs corrigés . . . . .	135
Exercices proposés . . . . .	143
III. Vrai - Faux . . . . .	144
IV. Indications pour les exercices proposés . . . . .	145

**Chapitre 9 Espaces vectoriels 147**

I. Structure d'espace vectoriel . . . . .	147
Exercices progressifs corrigés . . . . .	148
II. Opérations sur les sous-espaces vectoriels . . . . .	152
Exercices progressifs corrigés . . . . .	153
Exercices proposés . . . . .	160
III. Applications linéaires . . . . .	160
Exercices progressifs corrigés . . . . .	163
Exercices proposés . . . . .	173
IV. Projecteurs - Homothéties . . . . .	174
Exercices progressifs corrigés . . . . .	176
Exercices proposés . . . . .	183
V. Algèbres . . . . .	183
Exercices progressifs corrigés . . . . .	184
VI. Vrai - Faux . . . . .	187
VII. Indications pour les exercices proposés . . . . .	189

**Chapitre 10 Espaces vectoriels de dimension finie 191**

I. Familles libres, familles liées, bases . . . . .	191
Exercices progressifs corrigés . . . . .	192
Exercices proposés . . . . .	199
II. Base et dimension . . . . .	200
Exercices progressifs corrigés . . . . .	202
Exercices proposés . . . . .	207

III. Applications linéaires en dimension finie . . . . .	208
Exercices progressifs corrigés . . . . .	209
Exercices proposés . . . . .	217
IV. Formes linéaires, hyperplans . . . . .	217
Exercices progressifs corrigés . . . . .	218
V. Symétries et affinités . . . . .	223
Exercices progressifs corrigés . . . . .	224
VI. Vrai - Faux . . . . .	228
VII. Indications pour les exercices proposés . . . . .	230

**Chapitre 11 Matrices** **232**

I. Opérations usuelles et sous-ensembles remarquables. . . . .	232
Exercices progressifs corrigés . . . . .	235
Exercices proposés . . . . .	243
II. Matrices et applications linéaires . . . . .	244
Exercices progressifs corrigés . . . . .	248
Exercices proposés . . . . .	261
III. Rang d'une matrice. . . . .	261
Exercices progressifs corrigés . . . . .	263
Exercices proposés . . . . .	272
IV. Vrai - Faux . . . . .	273
V. Indications pour les exercices proposés . . . . .	274

**Chapitre 12 Déterminants et systèmes linéaires** **275**

I. Applications multilinéaires. Déterminants . . . . .	275
Exercices progressifs corrigés . . . . .	277
II. Déterminant d'une matrice ou d'un endomorphisme . . . . .	280
Exercices progressifs corrigés . . . . .	284
Exercices proposés . . . . .	310
III. Systèmes d'équations linéaires . . . . .	311
Exercices progressifs corrigés . . . . .	314
Exercices proposés . . . . .	326
VI. Vrai - Faux . . . . .	327
VII. Indications pour les exercices proposés . . . . .	327

**Extraits du programme officiel**

Programme d'algèbre des classes MPSI (géométrie exclue) . . . . .	330
---	-----

**Index** **343**

# 399 exercices corrigés @ conseils & précis de cours

# Algèbre

Prépa MPSI

## Premiers cycles universitaires scientifiques

- L'écart grandissant qui sépare les programmes de Terminale des exigences de l'enseignement supérieur scientifique et, par ailleurs, la refonte des filières en classes préparatoires sont à l'origine de cette toute nouvelle collection.
- Pour bien organiser son travail, on trouvera dans ce volume :
  - sous forme de résumés constituant un véritable précis : **l'essentiel de ce qu'il faut retenir** du cours avec des **conseils** portant sur les points délicats ;
  - les **méthodes de base** illustrées par de très nombreux exercices progressifs entièrement corrigés ;
  - des **exercices complémentaires** offrant d'autres approches du programme ;
  - des **questionnaires Vrai/Faux** pour mesurer par soi-même en 50 questions distinctes le degré d'assimilation des notions essentielles ;
  - enfin, un index alphabétique riche de 280 notions, définitions et théorèmes pour aller directement à l'information recherchée.
- Chacun des livres de cette série est conçu pour être autosuffisant et constituer tout au long de l'année l'accompagnement le plus efficace.

Série dirigée par Jacques Chevallet

*Algèbre/Prépa PCSI*

D. Clenet, F. Dehame & X. Giraud

*Analyse/Prépa PCSI*

J. Yebbou, F. Dehame & D. Clenet

*Analyse/Prépa MPSI*

F. Bayen, D. Clenet, F. Dehame  
& J. Yebbou



vuibert supérieur



Dans la collection « Vuibert Supérieur »

*Mathématiques/Prépa MPSI/PCSI, Première période*

*Mathématiques/Prépa MPSI/PCSI, Deuxième période*

par A. Tissier, O. Acx & P.-J. Desnoux

*Bien commencer ses études supérieures en mathématiques* par H. Lemberg

*Nouveau formulaire de mathématiques* par R. Pomes

*Nouveau formulaire de physique* par F. Morello, D. Obert & Ch. Plouhinec

et des dizaines d'autres ouvrages entièrement nouveaux pour réussir en mathématiques, en physique, en chimie et en informatique dès la première année de l'enseignement supérieur.

Illustration de couverture : Jacques Carelman - ISSN 1255-071X - ISBN 2 7117 2089 6