

mini Manuel

Algèbre



François Liret
Charlotte Scribot

→ L1
→ IUT

**Cours
+ exos
corrigés**

DUNOD

Sommaire

1	L'espace \mathbb{R}^n	1
1.1	Opérations sur les vecteurs	1
1.2	Sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^n	4
1.3	Vecteurs linéairement indépendants	6
	<i>Exercices</i>	9
	<i>Solutions</i>	10
2	Dimension d'un sous-espace de \mathbb{R}^n	15
2.1	Bases d'un sous-espace vectoriel	15
2.2	Avec plusieurs sous-espace de \mathbb{R}^n	20
	<i>Exercices</i>	25
	<i>Solutions</i>	28
3	Résolution de systèmes	35
3.1	Méthode de Gauss	35
3.2	Systèmes homogènes	40
	<i>Exercices</i>	41
	<i>Solutions</i>	42
4	Applications linéaires	47
4.1	Définition	47
4.2	Matrice d'une application linéaire	49
4.3	Produit d'une matrice par un vecteur-colonne	51
4.4	Noyau et image	53

4.5	Équations d'un noyau, base d'un noyau	54
4.6	Injectivité et surjectivité	55
4.7	Endomorphisme, isomorphisme	58
4.8	Matrices d'une application linéaire	60
	<i>Exercices</i>	63
	<i>Solutions</i>	66
5	Application linéaire et dimension	73
5.1	Équations d'un sous-espace de \mathbb{R}^p	73
5.2	Théorème de la dimension	76
5.3	Conséquence pour les endomorphismes	77
5.4	Rang d'une application linéaire/d'un système de vecteurs	78
5.5	Méthodes pratiques pour déterminer le rang d'une application linéaire	78
	<i>Exercices</i>	82
	<i>Solutions</i>	84
6	Calcul matriciel	93
6.1	Format d'une matrice	93
6.2	Somme	94
6.3	Produit par un scalaire	95
6.4	Composition et produit	96
6.5	Inverse d'une matrice	99
6.6	Calcul de l'inverse d'une matrice	101
6.7	Transposée	103
6.8	Résumé des règles de calcul matriciel	104
	<i>Exercices</i>	105
	<i>Solutions</i>	107
7	Formes linéaires	115
7.1	Hyperplans	115
7.2	Opérations sur les formes linéaires	117
7.3	Forme linéaire et vecteur-ligne	117
7.4	Formes linéaires indépendantes	118

7.5	Sous-espace de \mathbb{R}^n
7.6	Base duale d'une base
7.7	Formes linéaires
7.8	Codimension d'un sous-espace, nombre minimal d'équations
7.9	Théorème du rang
	<i>Exercices</i>
	<i>Solutions</i>
8	Changement de base
8.1	Matrice de passage
8.2	Coordonnées d'un vecteur
8.3	Inverse d'une matrice
8.4	Matrices d'application linéaire
8.5	Matrices d'endomorphisme
8.6	Opérations sur les matrices
	<i>Exercices</i>
	<i>Solutions</i>
9	Espaces vectoriels
9.1	Définitions
9.2	Sous-espaces
9.3	Applications linéaires
9.4	Etendue d'un ensemble de vecteurs
9.5	Applications linéaires
9.6	Matrices d'application linéaire
9.7	Rang d'une application linéaire
	<i>Exercices</i>
	<i>Solutions</i>
10	Déterminant
10.1	Déterminant
10.2	Déterminant
10.3	Propriétés
10.4	Propriétés

7.5	Sous-espace de \mathcal{FL}_n	119
7.6	Base duale d'une base de \mathbb{R}^n	120
7.7	Formes linéaires s'annulant sur un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^n	122
7.8	Codimension d'un sous-espace de \mathbb{R}^n , nombre minimal d'équations	124
7.9	Théorème du rang	126
	<i>Exercices</i>	128
	<i>Solutions</i>	130
8	Changement de base	135
8.1	Matrice de passage	135
8.2	Coordonnées d'un vecteur	136
8.3	Inverse d'une matrice de passage	137
8.4	Matrices d'une application linéaire	137
8.5	Matrices d'un endomorphisme	138
8.6	Opérations sur les matrices	139
	<i>Exercices</i>	140
	<i>Solutions</i>	141
9	Espaces vectoriels	149
9.1	Définition et premiers exemples	149
9.2	Sous-espaces vectoriels	151
9.3	Applications linéaires	152
9.4	\mathbb{R} -espaces vectoriels de dimension finie	155
9.5	Applications linéaires (dimension finie)	160
9.6	Matrices d'une application linéaire	163
9.7	Rang d'une application linéaire	165
	<i>Exercices</i>	167
	<i>Solutions</i>	168
10	Déterminant	173
10.1	Déterminants 2 x 2	173
10.2	Déterminants 3 x 3	176
10.3	Propriétés du déterminant 3 x 3	179
10.4	Produit vectoriel	183

<i>Exercices</i>	188
<i>Solutions</i>	190
11 Polynômes	197
11.1 Fonctions polynomiales	197
11.2 Notion de polynôme	198
11.3 Degré	200
11.4 Divisibilité	202
11.5 Racines	204
11.6 Polynômes à coefficients dans \mathbb{C}	205
11.7 Division euclidienne	207
11.8 Plus grand commun diviseur	210
11.9 Relation de Bézout	213
11.10 Polynôme dérivé	214
<i>Exercices</i>	217
<i>Solutions</i>	219
12 Fractions rationnelles	227
12.1 Égalité et opérations	227
12.2 Fraction rationnelle et division	229
12.3 Décomposition en somme d'éléments simples	230
12.4 Format d'une décomposition	232
12.5 Exemples	233
<i>Exercices</i>	237
<i>Solutions</i>	237
Formulaire sur les nombres complexes	239
Index	241